

9. Молчанов В. Главная тема // Знание – сила. 2012. № 12. С. 17-44.

Terrovere V.R. DOES HIGGS'S BOSON EXIST ?

Theory of Higgs's boson is founded an non-standard Equation of Klein – Gordon. The decision of this Equation is unbounded. This Fact is one in a weightly argument to consider that Higgs's boson doesn't exist.

*Key words:* Higgs's boson; electroweak theory; symmetry; mass.

УДК 517.988

## РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

© В.С. Трещёв

*Ключевые слова:* накрывающие отображения; дифференциальное уравнение неявного вида с отклоняющимся аргументом; краевая задача.

Получены условия разрешимости аperiodической краевой задачи для дифференциального уравнения неявного вида с отклоняющимся аргументом. Используются методы, основанные на утверждениях о векторных накрывающих отображениях, полученных Е.С. Жуковским, Е.А. Плужниковой.

Используются следующие обозначения для пространств определенных на  $[a, b]$  вещественных функций:  $L_\infty$  – банахово пространство измеримых существенно ограниченных функций с нормой  $\|x\|_{L_\infty} = \text{vrai} \sup_{t \in [a, b]} |x(t)|$ ;  $AC_\infty$  – банахово пространство таких абсолютно непрерывных функций, что  $\dot{x} \in L_\infty$ , с нормой  $\|x\|_{AC_\infty} = \|\dot{x}\|_{L_\infty} + |x(a)|$ ;  $C$  – пространство непрерывных функций,  $\|x\|_C = \max_{t \in [a, b]} |x(t)|$ .

В работах А.В. Арутюнова, Е.Р. Авакова, Е.С. Жуковского, С.С. Жуковского, Е.А. Плужниковой [1]–[3] предложен метод исследования дифференциальных уравнений неявного вида, основанный на утверждениях о накрывающих отображениях. Использованные идеи и подходы применимы к функционально-дифференциальным уравнениям. Здесь получены условия разрешимости аperiodической краевой задачи для дифференциального уравнения неявного вида с отклоняющимся аргументом.

Пусть заданы измеримая функция  $h: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  и функция  $f: [a, b] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , удовлетворяющая условиям Каратеодори (т. е. измеримая по первому и непрерывная по совокупности второго и третьего аргументов). Будем предполагать, что для любого  $r > 0$  найдется такое число  $M$ , что при любых  $x, w \in \mathbb{R}$ , удовлетворяющих неравенству  $|x| + |w| \leq r$ , и при почти всех  $t \in [a, b]$  имеет место неравенство  $|f(t, x, w)| \leq M$ . Далее, пусть заданы числа  $A, B, \Delta$ , измеримая существенно ограниченная функция  $y: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  и непрерывная ограниченная функция  $\varphi: (-\infty, a) \cup (b, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ . Исследуем разрешимость краевой задачи

$$\begin{cases} f(t, x(h(t)), \dot{x}(t)) = y(t), & t \in [a, b], \\ x(s) = \varphi(s), & \text{если } s \notin [a, b], \\ Ax(a) + Bx(b) = \Delta. \end{cases} \quad (1)$$

Определим множество

$$E = h^{-1}[a, b] = \{t \in [a, b] : h(t) \in [a, b]\},$$

являющееся, очевидно, измеримым.

**Т е о р е м а.** Пусть выполнены следующие условия:  $A + B \neq 0$ , существует такое  $\alpha > 0$ , что при почти всех  $t \in [0, T]$  и любом  $x \in \mathbb{R}$  отображение  $f(t, x, \cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  является  $\alpha$ -накрывающим; существует такое  $\beta \geq 0$ , что при почти всех  $t \in E$  и любом  $w \in \mathbb{R}$  отображение  $f(t, \cdot, w) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  является  $\beta$ -липшицевым. Тогда, если  $b - a < \beta^{-1}|B|^{-1}|A + B|(\alpha - \beta H)$ , где  $H = \operatorname{vrai\,sup}_{t \in E} |h(t)|$ , то существует решение  $x \in AC_\infty$  краевой задачи (1).

**Д о к а з а т е л ь с т в о** основано результатах о векторных накрывающих отображениях [3].

Определим оператор  $S_h : C \rightarrow L_\infty$

$$(S_h x)(t) = \begin{cases} x(h(t)), & \text{если } t \in E, \\ \varphi(h(t)), & \text{если } t \notin E, \end{cases}$$

и запишем систему (1) в следующем виде

$$\begin{cases} f\left(t, S_h\left(x(a) + \int_a^{(\cdot)} \dot{x}(s)ds\right)(t), \dot{x}(t)\right) = y(t), & t \in [a, b], \\ (A + B)x(a) + B \int_a^b \dot{x}(s)ds = \Delta. \end{cases}$$

Определим отображения  $\Phi : L_\infty \times L_\infty \times \mathbb{R} \rightarrow L_\infty$ ,  $\phi : \mathbb{R} \times L_\infty \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  соотношениями

$$\begin{aligned} \Phi(u_1, v_1, v_2)(t) &= f\left(t, S_h\left(v_2 + \int_a^{(\cdot)} v_1(s)ds\right)(t), u_1(t)\right); \\ \phi(u_2, v_1, v_2)(t) &= (A + B)u_2 + B \int_a^b v_1(s)ds. \end{aligned}$$

В силу теоремы 3 [3] отображение  $\Phi(\cdot, v_1, v_2) : L_\infty \rightarrow L_\infty$  является  $\alpha$ -накрывающим. Далее, из предположений доказываемого утверждения прямо следует, что отображение  $\phi(\cdot, v_1, v_2) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  является  $|A + B|$ -накрывающим, а отображения  $\Phi(u_1, \cdot, v_2) : L_\infty \rightarrow L_\infty$ ,  $\Phi(u_1, v_1, \cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\phi(u_2, \cdot, v_2) : L_\infty \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\phi(u_2, v_1, \cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  — липшицевыми с константами  $\beta_{11} = \beta H$ ,  $\beta_{12} = \beta$ ,  $\beta_{21} = |B|(b - a)$ ,  $\beta_{22} = 0$ , соответственно.

Теперь запишем краевую задачу (1) в виде

$$\begin{cases} \Phi(\dot{x}, \dot{x}, x(0)) = y, \\ \phi(x(0), \dot{x}, x(0)) = \Delta, \end{cases}$$

и заметим, что, согласно теореме 1, [3] для ее разрешимости достаточно, чтобы спектральный радиус матрицы

$$C = (\alpha_i^{-1}\beta_{ij})_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} \alpha^{-1}\beta H & \alpha^{-1}\beta \\ |A + B|^{-1}|B|(b - a) & 0 \end{pmatrix}$$

был меньше 1.

Характеристический многочлен  $\chi(\lambda) = \lambda^2 - \alpha^{-1}\beta H\lambda - \alpha^{-1}|A+B|^{-1}\beta|B|(b-a) = 0$ , согласно теореме Виета, имеет два действительных корня разных знаков  $\lambda_1 < 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ , причем  $\lambda_2 > |\lambda_1|$ , и поэтому  $\varrho(C) = \lambda_2$ . Таким образом, неравенство  $\varrho(C) < 1$  выполнено тогда и только тогда, когда  $\chi(1) > 0$ . Итак, при выполнении неравенства

$$1 - \frac{\beta H}{\alpha} - \frac{\beta|B|(b-a)}{|A+B|\alpha} > 0$$

краевая задача (1) будет разрешимой. Отсюда следует доказываемое утверждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнов А.В., Аваков Е.Р., Жуковский Е.С. Накрывающие отображения и их приложения к дифференциальным уравнениям, не разрешенным относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45. № 5. С. 613-634.
2. Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е. О корректности дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. № 11. С. 1523-1537.
3. Жуковский Е.С., Плужникова Е.А. Накрывающие отображения в произведении метрических пространств и краевые задачи для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49. № 4. С. 439-456.

**БЛАГОДАРНОСТИ:** Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-01-00626-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013гг. (соглашение № 14.132.21.1348).

Treshchev V.S. SOLVABILITY OF BOUNDARY-VALUE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DELAY

Conditions of solvability of an a-periodic boundary-value problem for an implicit differential equation with deviating argument are derived. The methods based on the statements about vector covering mappings due to E.S. Zhukovskiy and E.A. Pluzhnikova are used.

*Key words:* covering mappings; an implicit differential equation with deviating argument; boundary-value problem.

УДК 519.8:314

## ОБ ОДНОМ ВЕРОЯТНОСТНОМ ПОДХОДЕ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ

© Г.А. Тырыгина

*Ключевые слова:* демографическая ситуация; система массового обслуживания; математическая модель.

В настоящей работе дается краткий обзор некоторых математических демографических моделей, при построении которых используются методы теории массового обслуживания.